

Wiederholungsaufgaben 7. Jahrgangsstufe – Geometrie

Zu G7.1

1. In einem Koordinatensystem sind die Punkte  $A(2/2)$ ,  $B(5/2)$  und  $C(4/4)$  gegeben. Spiegle das Dreieck ABC an der Achse AB.
2. In einem Koordinatensystem sind die Punkte  $A(2/2)$ ,  $B(5/2)$  und  $C(4/4)$  gegeben. Spiegle das Dreieck ABC am Mittelpunkt Z der Strecke [BC]. Zeichne nun zwei Achsen  $a_1$  und  $a_2$  so in die Figur ein, dass die Zweifachspiegelung an diesen Achsen die Punktspiegelung am Punkt Z ersetzen kann.
3. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte  $A(1/4)$ ,  $B(7/1)$ ,  $C(7/5,5)$  und  $A'(5/10)$  ein. Konstruiere zum Dreieck ABC das Bild einer Achsenspiegelung so, dass  $A'$  der Bildpunkt von A ist.

Zu G7.2

1. Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte  $A(1/4)$  und  $B(3/2)$  ein. Konstruiere zur Strecke [AB] die Mittelsenkrechte  $m_{[AB]}$  und gib die Koordinaten des Mittelpunktes M an.
2. Zeichne in ein Koordinatensystem das Dreieck ABC mit den Punkten  $A(4/2,5)$ ,  $B(2/4)$  und  $C(0,5/1)$  Konstruiere die Höhe  $h_a$  des Dreiecks ABC. Konstruiere anschließend die Parallele zu AB durch C
3. Zeichne in ein Koordinatensystem den Punkt  $B(1/8)$  ein. Dieser Punkt soll den Scheitel eines Winkels bilden, der Schenkel [BA] gehe durch den Punkt  $A(7/4)$  und der Schenkel [BC] gehen durch den Punkt  $C(5/2)$ . Konstruiere die Winkelhalbierende des Winkels ACB. Konstruiere anschließend  $h_a$  und  $h_c$ . Was fällt Dir auf?

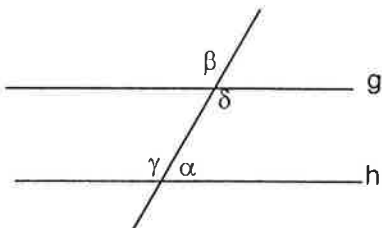
Zu G7.3

Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Begründe Deine Entscheidung.

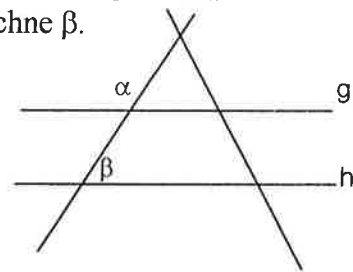
1. Jede Raute ist auch ein Drachenviereck.
2. Jedes Drachenviereck ist auch eine Raute.
3. Jedes Trapez ist auch ein Rechteck.
4. Jedes Rechteck ist auch ein Trapez.
5. Es kann keine Raute geben, die auch ein Rechteck ist.

Zu G7.4: Alle Skizzen sind nicht maßstabsgetreu!

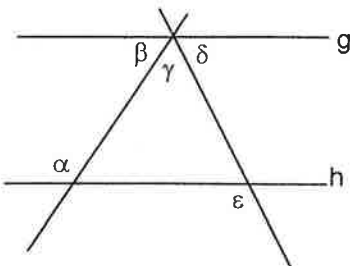
1. In der Skizze sind  $\alpha = 69^\circ$  und  $\beta = 111^\circ$ , Berechne  $\gamma$  und  $\delta$ . Was fällt auf?



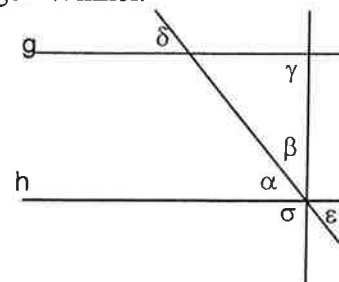
2. In der Skizze gilt:  $g \parallel h$  und  $\alpha = 131^\circ$  Berechne  $\beta$ .



3. In der Skizze sind  $\alpha = 111^\circ$  und  $\delta = 42^\circ$  sowie  $g \parallel h$  bekannt. Berechne  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\epsilon$ .



4. In der Skizze gilt:  $g \parallel h$ ,  $\gamma = 84^\circ$  und  $\alpha$  ist doppelt so groß wie  $\beta$ . Berechne die übrigen Winkel.



5. In einem Fünfeck sind  $\alpha$ ,  $\gamma$  und  $\epsilon$  gleich groß,  $\beta$  ist dreimal so groß wie  $\alpha$  und  $\delta$  ist doppelt so groß wie  $\beta$ . Berechne die Innenwinkel des Fünfecks.

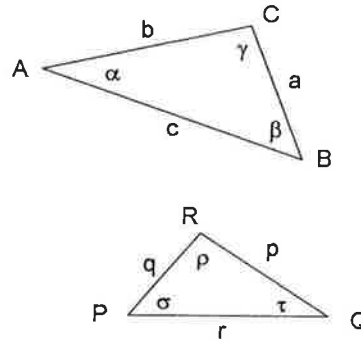
Zu G7.5

- In einem gleichschenkligen Dreieck ist ein Winkel a)  $65^\circ$  b)  $96^\circ$ . Wie groß sind die anderen Winkel?
- In einem Dreieck ist  $\alpha = 57^\circ$  und  $\beta = 66^\circ$ . Um welches besondere Dreieck handelt es sich?
- In einem rechtwinkligen Dreieck ist  $\alpha$  doppelt so groß wie  $\beta$ . Wie groß sind die Winkel?
- Konstruiere Dreiecke aus
 

a) $\gamma = 90^\circ, a = 4\text{cm}; c = 7\text{cm}$	b) $a = b = 5\text{cm}, c = 7\text{cm}$
c) $a = 5\text{cm}, \beta = 30^\circ, \gamma = 110^\circ$	d) $a = 5\text{cm}; c = 7\text{cm}, \beta = 45^\circ$
e) $c = 6\text{cm}; \alpha = 50^\circ; \gamma = 60^\circ$	f) $c = 10\text{cm}, \gamma = 90^\circ, h_c = 4\text{cm}$

Zu G7.6

Gegeben sind die zwei Dreiecke ABC und PQR (Bezeichnungen wie in den Skizzen).  
Entscheide, ob sie kongruent sind. Gib ggf. den zugehörigen Kongruenzsatz an.



- $c = r; a = q$  und  $\beta = \sigma$
- $c = r; \alpha = \sigma$  und  $\gamma = \tau$
- $b = p; a = q$  und  $\alpha = \tau$
- $q = a; r = c$  und  $p = b$
- $c = r; \beta = \sigma$  und  $\gamma = \tau$

Wiederholungsaufgaben 7. Jahrgangsstufe – Algebra

Zu A7.1

- Berechne jeweils den Wert der folgenden Terme für  $x \in \{-2; -1,5; 0; 0,75\}$  :
 

a) $2x - 7,5$	b) $2x^2 - 9$	c) $(2x)^2 - 9$	d) $(x - 1) : (2x + 1)$
---------------	---------------	-----------------	-------------------------
- Löse die Gleichungen durch Darstellung der beiden Terme in einem gemeinsamen Koordinatensystem:
 

a) $2x - 1 = 3 - \frac{2}{3}x$	b) $-x^2 + 2 = 2x - 1$
--------------------------------	------------------------

Zu 3. - 5.: Vereinfache soweit wie möglich!

- |                                |                                   |                                    |                        |
|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|------------------------|
| a) $3x - 6y - 4x$              | b) $3x - (6y - 4x)$               | c) $3x - (-6y - 4x)$               | d) $0,2x - (0,8x + y)$ |
| e) $4c \cdot 3b - 3c \cdot 4b$ | f) $7,5e \cdot 4f - 4e \cdot 2,5$ | g) $7,5e \cdot 4f - 4e \cdot 2,5f$ | h) $(1,4x)^2 - 1,4x^2$ |
- |                          |  |                                  |  |
|--------------------------|--|----------------------------------|--|
| a) $-2(-x)^2$            | b) $y \cdot x \cdot y \cdot (-x) \cdot 2x$ | c) $10a \cdot (b : 2) + 5a(-6b)$ | d) $4 \cdot 5s^2 - 4d \cdot (5s)^2 : 2d$ |
| e) $(18x - 21y) : (-3)$  | f) $(4a - 3b) \cdot 6$                     | g) $3z - (2x - 5y^2)$            | h) $(2x - 3y)(3x - 4y)$                  |
| i) $(2,5a - 2b)(2b - a)$ | k) $(a - 1)(a - 2)(a - 3)$                 | l) $5x(2x - y)(x - 2y)$          | m) $(x^2 - 2y)(2x + y)$                  |
- |                        |                       |                              |                               |
|------------------------|-----------------------|------------------------------|-------------------------------|
| a) $(2x - 3y)^2$       | b) $(2 - 5a)(2 + 5a)$ | c) $(2 - 5a)(2 - 5a)$        | d) $(3x - 1,5)^2 \cdot 2x$    |
| e) $(3x - 1,5)^2 - 2x$ | f) $(0,4a - 0,5b)^2$  | g) $(2x - y)^2 - (2x + y)^2$ | h) $(x - 0,3)(x + 0,3) + x^2$ |

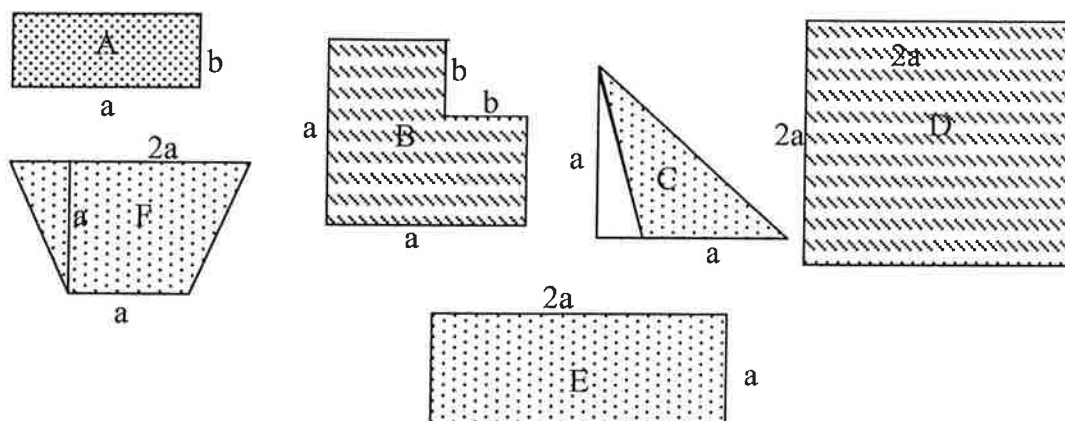
6. Faktorisiere:

- |                         |                          |                    |                       |
|-------------------------|--------------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $4x^2 - 12xy + 9y^2$ | b) $6x - 15xy$           | c) $4x - 6x^2$     | d) $3x^2 - 12y^2$     |
| e) $9x^2 - 0,25y^2$     | f) $4x^2 - 12xy + 36y^2$ | g) $76x^2 - 19y^2$ | h) $(2x + y)^2 - 8xy$ |

7. Prüfe, ob die Terme äquivalent sind:

- |  |   |
|--|---|
| a) $4a - 3 \cdot 4a + 15$ und $3 \cdot 5 + 2a - 4a - 6a$   | b) $2 \cdot 4(b^2 + 1) \cdot 12,5\%$ und $2 \cdot (3^2 - 2^3)(b + 1)$ |
| c) $3x : \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x + y$ und $-3 \cdot y \cdot \frac{1}{3} + 2y + \frac{26}{3}x$ |   |

8. a) Beim Schulausflug hat Laura 1,50€ mehr ausgegeben als Gregor; Sophie hat eineinhalbmals so viel ausgegeben wie Gregor, und Thomas hat doppelt so viel ausgegeben wie Laura. Beschreibe durch einen Term, wie viel Geld die vier Kinder insgesamt beim Schulausflug ausgegeben haben.
- b) Finde jeweils heraus, welcher der angegebene Terme den Flächeninhalt der gezeichneten Figur beschreibt:  $T1(a,b) = a \cdot b$ ;  $T2(a) = 2a^2$ ;  $T3(a) = 4a^2$ ;  $T4(a,b) = a^2 - b^2$ ;  $T5(a) = 0,5a^2$ ;  $T6(a) = 1,5a^2$ ;



Zu A7.2

1. Löse über  $G = Q$ , wenn keine andere Grundmenge angegeben ist:

- a)  $6x - 4 = 4x - 6$       b)  $5x + 35 = 0$       c)  $2x - 7 = 0$ ;  $G = Z$       d)  $3x + 2 = 5x - 7$   
 e)  $(x - 2)^2 = (x - 1)(x + 1)$       f)  $6,5x - 0,9 = 4,6x + 3,3$       g)  $4x + 16 = 0$ ;  $G = N$       h)  $17x - 85 = 0$

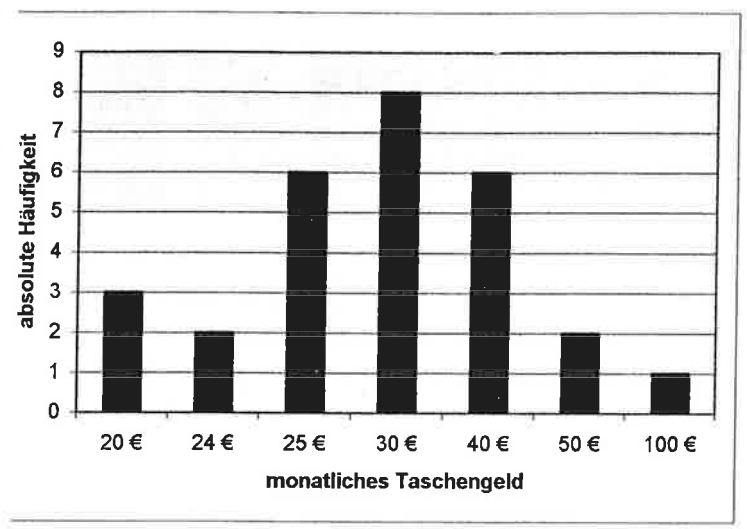
2. Wenn man das doppelte einer natürlichen Zahl um 7 verkleinert, erhält man 51.  
 3. Die Summe dreier aufeinanderfolgender Zahlen aus der Vielfachenmenge von 3 beträgt 135. Wie heißen die Zahlen?  
 4. Der Altersunterschied zwischen zwei Brüdern beträgt drei Jahre. In 12 Jahren werden sie zusammen 41 Jahre alt sein. Wie alt sind sie heute?  
 5. Bei einem Rechteck mit dem Umfang 48 cm ist die eine Seite um 3 cm länger als die andere. Wie lang sind die Seiten?  
 6. In einem Dreieck ist der Winkel  $b$  dreimal so groß wie  $a$ ,  $g$  doppelt so groß wie  $a$ . Wie groß sind die Winkel?

Zu A7.3 (Vgl. Auch 5.1)

1. Zeichne ein Kreisdiagramm zum Ergebnis der Klassensprecherwahl der Klasse 7a (1. Durchgang):  
 Martin 10 Stimmen, Carolin 5 Stimmen, Miriam 7 Stimmen, Michael 3 Stimmen.
2. a) Wie groß ist der Mittelwert der folgenden Werte:  $11^\circ$ ,  $16^\circ$ ,  $23^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $24^\circ$   
 b) Wie groß ist der Mittelwert fünf aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen?
3. Welche Zahl muss für  $x$  eingesetzt werden, um den Mittelwert 45 zu erhalten?  
 $-2,5$ ;  $-10$ ;  $-20$ ;  $x$ ;  $-7,5$ ;  $-15$ ;  $-12,5$
4. a) Carla denkt sich eine Zahl. Wenn sie diese um 40% vergrößert, erhält sie 1022. Wie lautet die Zahl?  
 b) Der Preis für ein Kleid wird um 20% erhöht. Wie viel Prozent des neuen Preises hätte man sich beim rechtzeitigen Kauf erspart?  
 c) Um wie viel Prozent vergrößern sich Volumen und Oberfläche eines Würfels mit der Kantenlänge 1m, wenn man Länge, Breite und Höhe um 10% verlängert? Begründe, dass sich für jeden Quader die gleichen prozentualen Volumen- und Oberflächenänderungen ergeben, wenn man die Länge, Breite und Höhe um jeweils 10% verlängert.
5. Ein Firmeneinstellungstest wurde in drei Gruppen zu 20, 30 bzw. 50 Personen abgehalten. Im Durchschnitt erreichte die erste Gruppe 14, die zweite 12 und die dritte 16 Punkte. Finde die bei diesem Test erreichte durchschnittliche Punktezahl alle Teilnehmer heraus.

6. Das Diagramm rechts veranschaulicht das Ergebnis einer Umfrage unter 14-Jährigen nach der Höhe ihres monatlichen Taschengeldes.

- a) Berechne, wie viel Taschengeld die Schüler im Mittel erhalten.
- b) Finde heraus, wie viel Prozent der befragten Jugendlichen mehr als 30 Euro pro Monat erhalten und wie viel Prozent der befragten Jugendlichen mindestens 30 Euro pro Monat erhalten.



### Lösungen:

Zu G7.1

1. C(4/0)
2. A'(7/4), die Achsen a1 und a2 müssen aufeinander senkrecht stehen und sich in Z schneiden
3. ungefähre Koordinaten: B'(10,1/5,6), C'(5,9/3,9)

Zu G7.2

1. M(2 / 3)
2. Zur Kontrolle ungefähre Koordinaten: Der Lotfußpunkt ist (1,8 / 3,6) und die Parallele schneidet die y-Achse in (0 / 3,1)
3. Die Winkelhalbierende und die zwei Höhen schneiden sich in einem Punkt, der folgende ungefähre Koordinaten hat: (5,7 / 3,2)

Zu G7.3

1. richtig. Weil mindestens eine Diagonale Symmetrieachse ist.
2. falsch. Weil ein Drachenviereck nicht notwendigerweise vier gleich lange Seiten hat.
3. falsch. Weil die sich gegenüberliegenden Seiten nicht unbedingt gleich lang sind oder die vier Winkel nicht alle  $90^\circ$  sein müssen
4. richtig. Weil bei jedem Rechteck zwei Seiten parallel sind.
5. falsch. Wenn eine Raute vier  $90^\circ$ -Winkel hat, ist sie ein Quadrat und damit auch ein Rechteck.

Zu G7.4

1.  $\gamma = 111^\circ$  und  $\delta = 111^\circ$  also: Die geschnittenen Geraden sind parallel.
2.  $\beta = 49^\circ$
3.  $\beta = 69^\circ$ ;  $\gamma = 69^\circ$  und  $\varepsilon = 138^\circ$
4.  $\beta = 32^\circ$  und  $\alpha = 64^\circ$  sowie  $\delta = \alpha = 64^\circ$  und  $\sigma = \gamma = 84^\circ$
5.  $\alpha = \gamma = \varepsilon = 45^\circ$ ;  $\beta = 135^\circ$ ;  $\delta = 270^\circ$

Zu G7.5

1. a) 1. Fall: Die Basiswinkel sind  $57,5^\circ$  groß.  
2. Fall: Der Winkel an der Spitze ist  $50^\circ$  groß.  
b) Die Basiswinkel sind  $42^\circ$  groß.
2.  $\gamma = 57^\circ$ , also ist DABC gleichschenkelig mit den Schenkeln [BA] und [BC]
3. 1. Fall: Der rechte Winkel ist  $\gamma$ . Dann gilt:  $\alpha = 60^\circ$  und  $\beta = 30^\circ$ .  
2. Fall:  $\alpha = 90^\circ$  bzw.  $\beta = 45^\circ$ . Dann gilt:  $\gamma = 45^\circ$

Zu G7.6

- a) Ja (, wegen SWS)
- b) Nein, da die Winkel nicht gleich liegen.
- c) Ja, wenn  $a > b$  bzw.  $q > p$  (wegen SsW)
- d) Ja (, wegen SSS)
- e) Ja (, wegen SWW)

Zu A7.1

1.

	-2	-1,5	0	0,75
a) $2x - 7,5$	-11,5	-10,5	-7,5	-6
b) $2x^2 - 9$	-1	-4,5	-9	-7,875
c) $(2x)^2 - 9$	7	0	-9	-6,75
d) $(x - 1) : (2x + 1)$	1	1,25	-1	-0,1

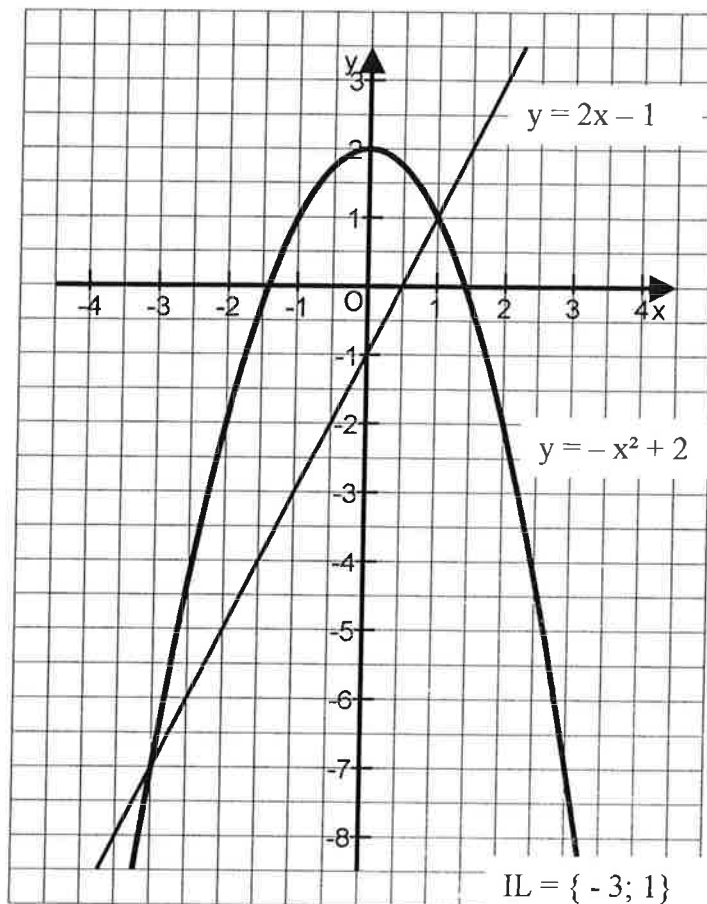
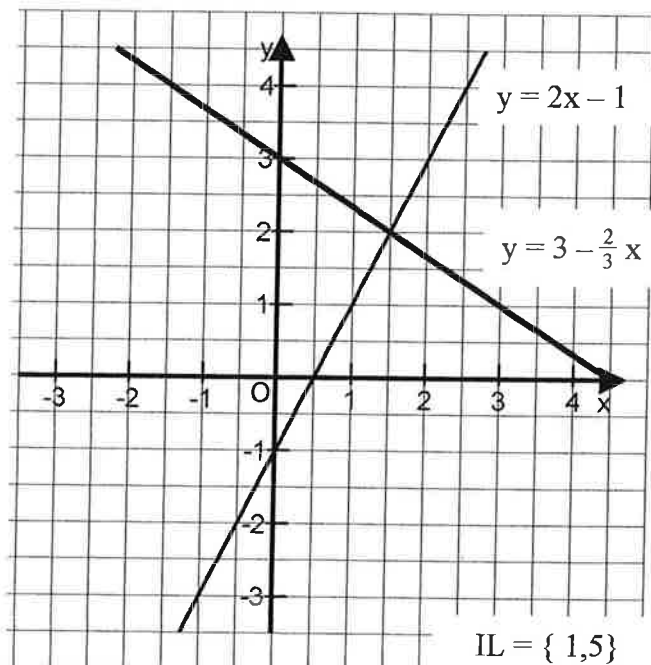
2a) Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$2x-1$	-7	-5	-3	-1	1	3	5
$3-\frac{2}{3}x$	5	$4\frac{1}{3}$	$3\frac{2}{3}$	3	$2\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	1

2b) Wertetabelle:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$-x^2+2$	-7	-2	1	2	1	-2	-7
$2x-1$	-7	-5	-3	-1	1	3	5

Graph:



3. a)  $-x - 6y$   
e) 0

b)  $7x - 6y$   
f)  $30ef - 10e$

c)  $7x + 6y$   
g)  $20ef$

d)  $-0,6x - y$   
h)  $0,56x^2$

4. a)  $-2x^2$   
e)  $-640a^4b^3$

b)  $-2y^2x^3$   
f)  $-6x + 7y$

c)  $-25ab$   
g)  $24a - 18b$   
j)  $-2,5a^2 + 7ab - 4b^2$

d)  $-30s^2$   
h)  $-2x + 5y^2 + 3z$

i)  $6x^2 - 17xy + 12y^2$

k)  $a^3 - 6a^2 + 11a - 6$

m)  $2x^3 + x^2y - 4xy - 2y^2$

l)  $10x^3 - 25x^2y + 10xy^2$

5. a)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$

d)  $18x^3 - 18x^2 + 4,5x$

g)  $-8xy$

b)  $4 - 25a^2$

e)  $9x^2 - 11x + 2,25$

h)  $2x^2 - 0,09$

c)  $4 - 20a + 25a^2$

f)  $0,16a^2 - 0,4ab + 0,25b^2$

6. a)  $(2x - 3y)^2$

d)  $3(x - 2y)(x + 2y)$

g)  $19(2x - y)(2x + y)$

b)  $3x(2 - 5y)$

e)  $(3x - 0,5y)(3x + 0,5y)$

h)  $(2x - y)^2$

c)  $2x(2 - 3x)$

f)  $4(x^2 - 3xy + 9y^2)$

7 a)  $4a - 3 \cdot 4a + 15 = 4a - 12a + 15 = -8a + 15$   $3 \cdot 5 + 2a - 4a - 6a = 15 - 8a = -8a + 15$ ;  
Terme sind äquivalent

7 b)  $2 \cdot 4(b^2 + 1) \cdot 12,5\% = 8 \cdot (b^2 + 1) \cdot \frac{1}{8} = b^2 + 1$   $2 \cdot (3^2 - 2^3)(b+1) = 2 \cdot 1(b+1) = 2b + 2$ ;

Terme sind nicht äquivalent

$$7 \text{ c) } 3x : \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x + y = 3x \cdot \frac{3}{1} - \frac{1}{3}x + y = 9x - \frac{1}{3}x + y = 8\frac{2}{3}x + y$$

$$-3 \cdot y \cdot \frac{1}{3} + 2y + \frac{26}{3}x = -y + 2y + 8\frac{2}{3}x = y + 8\frac{2}{3}x = 8\frac{2}{3}x + y$$

Terme sind äquivalent

8. a) l: Laura; g: Gregor; s: Sophie; t: Thomas

$$l + g + s + t = (1,50\text{€} + g) + g + (1,5 \cdot g) + (2l) = 1,50\text{€} + g + g + 1,5g + 2 \cdot (1,50\text{€} + g) = 4,50\text{€} + 5,5g$$

b) T1: A, T2: E; T3: D; T4: B; T5: C; T6: F

Zu A7.2:

1. a)  $L = \{ -1 \}$

b)  $L = \{ -7 \}$

c)  $L = \{ \quad \}$ , da  $x = -3,5$

d)  $L = \{ 4,5 \}$

e)  $L = \{ 1,25 \}$

f)  $L = \{ \frac{42}{19} \}$

g)  $L = \{ \quad \}$ , da  $x = -4$

h)  $L = \{ 5 \}$

i)  $L = \{ 0 \}$

j)  $L = \{ 0, \overline{6} \}$

k)  $L = \{ -60 \}$

2)  $2x - 7 = 51$   $x = 29$

3) Mit den Zahlen  $3x$ ,  $3x + 3$  und  $3x + 6$  erhält man

$$9x + 9 = 135; \quad x = 14; \quad \text{also: ... } 42, 45 \text{ und } 48$$

4) Mit dem Alter  $x$  bzw.  $x+3$  erhält man

$$(x + 12) + (x + 3 + 12) = 41; \quad x = 7; \quad \text{also: ... } 7 \text{ Jahre und } 10 \text{ Jahre}$$

5) Mit den Seiten  $x$  und  $x+3$  erhält man

$$2(x + x + 3) = 48; \quad x = 10,5; \quad \text{also: ... } 10,5 \text{ cm und } 13,5 \text{ cm}$$

6) Mit  $\beta = 3\alpha$  und  $\gamma = 2\alpha$  erhält man

$$6\alpha = 180^\circ; \quad \alpha = 30^\circ; \quad \text{also: ... } 30^\circ, 90^\circ \text{ und } 60^\circ$$

Zu A7.3

1. Martin:  $144^\circ$ ; Carolin:  $72^\circ$ ; Miriam:  $100,8^\circ$ ; Michael:  $43,2^\circ$

2. a)  $20,6^\circ$  b) Mittelwert ist die um 2 größere Zahl der ersten Zahl, also die mittlere Zahl

3.  $x = 382,5$

4. a) 730 b) 16,7%

c) neues Volumen des Würfels:  $1,331 \text{ m}^3$ , d.h. 33,1% Zuwachs;

neuer Oberflächeninhalt:  $7,26 \text{ m}^2$ , d.h. 21% Zuwachs

allgemein:  $l' = 1,1 \cdot l$ ;  $b' = 1,1 \cdot b$ ;  $h' = 1,1 \cdot h$

$$\text{also: } V' = 1,331 \cdot l \cdot b \cdot h = 1,331 \cdot V$$

$$\text{und: } O' = 1,21 \cdot 2 \cdot (lb + lh + bh) = 1,21 \cdot O$$

$$5. \text{ durchschnittliche Punktezahl} = \frac{20 \cdot 14 + 30 \cdot 12 + 50 \cdot 16}{20 + 30 + 50} = \frac{1440}{100} = 14,4$$

Im Durchschnitt erreichten die Teilnehmer des Eingangstestes 14,4 Punkte.

$$6. \text{ a) } \frac{3 \cdot 20\text{€} + 2 \cdot 24\text{€} + 6 \cdot 25\text{€} + 8 \cdot 30\text{€} + 6 \cdot 40\text{€} + 2 \cdot 50\text{€} + 1 \cdot 100\text{€}}{3 + 2 + 6 + 8 + 6 + 2 + 1} = \frac{938\text{€}}{28} = 33,5\text{€}$$

Jeder Schüler erhält im Mittel 33,50 Euro.

$$6 \text{ b) mehr als } 30 \text{ € pro Monat: } \frac{6 + 2 + 1}{28} = \frac{9}{28} = 0,321 \dots$$

$$\text{mindestens } 30 \text{ € pro Monat: } \frac{8 + 6 + 2 + 1}{28} = \frac{17}{28} = 0,607 \dots$$

Ca. 32% der befragten Jugendlichen erhalten mehr als 30 € pro Monat, 61% der befragten Jugendlichen erhalten mindestens 30 € pro Monat